

## שיעורי בית מספר 4 חדו"א 2 :

### שאלה 1

הוכיחו כי למשוואה  $x^2 = 2 - e^{-x^2}$  יש בדיוק שני פתרונות ממשיים.

### שאלה 2

מצאו את הנקודה/נקודות c ממשפט לגרנז' עבור:

א.  $f(x) = x^2$  ב  $[0, 3]$  . ב.  $f(x) = \frac{1}{x}$  ב  $[1, 2]$  . ג.  $f(x) = x^3$  ב  $[-1, 1]$  .

### שאלה 3

א. הוכיחו כי לכל  $0 < x < 1$  מתקיים:  $\arctan(x) > \ln(1+x)$ .  
 ב. הוכיחו כי לכל  $1 \leq a < b \leq e$  מתקיים:  $b - a \leq b^2 \ln b - a^2 \ln a \leq 3e(b - a)$ .

### שאלה 4

חשבו את הגבולות הבאים בעזרת כלל לופיטל:

א.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^n}$  (n מספר טבעי כלשהו).

ב.  $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \ln(x)$

ג.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{x}$

ד.  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

ה.  $\lim_{x \rightarrow 1} (2 - x)^{\tan\left(\frac{\pi}{2}x\right)}$

ו. הסבירו מדוע שימוש בכלל לופיטל אינו פותר את הגבול  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 5\cos(4x)}{x - \sin(x)}$