

## תרגול 5

### שאלה 1

חשב את האינטגרליים הבאים השתמש באינטגרליים המיידים:

$$א. \int \frac{9^x - 4^x}{3^x - 2^x} dx$$

$$ב. \int \frac{11}{\sqrt[3]{4-5x}} dx$$

$$ג. \int \frac{x^2 + 4x + 5}{x+4} dx$$

$$ד. \int \sin x \cos 5x dx$$

$$ה. \int \left(1 + \sqrt[3]{x^2}\right)^2 dx$$

### פתרון שאלה 1

#### סעיף א

$$\int \frac{9^x - 4^x}{3^x - 2^x} dx = \int \frac{(3^x - 2^x) \cdot (3^x + 2^x)}{3^x - 2^x} dx = \int (3^x + 2^x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + \frac{2^x}{\ln 2} + c$$

#### סעיף ב

$$\int \frac{11}{\sqrt[3]{4-5x}} dx = \int 11 \cdot (4-5x)^{-\frac{1}{3}} dx = \frac{11}{-5} \cdot \frac{3}{2} (4-5x)^{\frac{2}{3}} + c = -\frac{33}{10} \sqrt[3]{(4-5x)^2} + c$$

#### סעיף ג

$$\int \frac{x^2 + 4x + 5}{x+4} dx = \int \left( \frac{x(x+4)}{x+4} + \frac{5}{x+4} \right) dx = \int \left( x + \frac{5}{x+4} \right) dx = \frac{x^2}{2} + 5 \ln|x+4| + c$$

#### סעיף ד

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$$

נשתמש בזהויות

$$\int \sin x \cos 5x dx = \int \frac{1}{2} (\sin 6x + \sin(-4x)) dx = \int \frac{1}{2} (\sin 6x - \sin(4x)) dx = -\frac{1}{12} \cos 6x + \frac{1}{4} \cos 4x + c$$

#### סעיף ה

$$\int \left(1 + \sqrt[3]{x^2}\right)^2 dx = \int \left(1 + 2x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{4}{3}}\right) dx = x + \frac{6x^{\frac{5}{3}}}{5} + \frac{3x^{\frac{7}{3}}}{7} + c$$

### שאלה 2

חשב את האינטגרליים הבאים בעזרת שיטת ההצבה:

$$א. \int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$$

$$ב. \int x^3 \sqrt{x^4 + 1} dx$$

$$ג. \int \frac{x}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}} dx$$

### פתרון שאלה 2

#### סעיף א

$$\int \sin t dt = -\cos t = -\cos(\ln x) + c \quad . dt = \frac{dx}{x} \Leftrightarrow t = \ln x$$

נציב

### סעיף ב

$$\int x^3 \sqrt{x^4 + 1} dx = \frac{1}{4} \int \sqrt{t} dt = \frac{2t\sqrt{t}}{6} = \frac{2(x^4 + 1)\sqrt{x^4 + 1}}{6} + c \quad . dt = 4x^3 dx \Leftarrow t = x^4 + 1$$

נציב  $t = x^4 + 1$

### סעיף ג

$$x = t^6 \Rightarrow dx = 6t^5 dt$$

נציב  $x = t^6 \Rightarrow dx = 6t^5 dt$

$$\int \frac{t^6 \cdot 6t^5}{t^3 + t^2} dt = \int \frac{6t^9}{1+t} dt$$

ומכאן מבצעים חלוקת פולינומים ופותרים.